

# Mesure de l'indice d'un prisme à l'aide d'un goniomètre, en utilisant la formule de Brewster

Cette mesure donne lieu à une manipulation de travaux pratiques classique en utilisant la formule :

$$n = \frac{\sin \frac{A + D_m}{2}}{\sin \frac{A}{2}} \quad \text{où } D_m \text{ représente le minimum de déviation.}$$

Nous proposons ici une mesure différente basée sur la remarque suivante : à l'incidence de Brewster, le rayon réfracté est perpendiculaire au rayon réfléchi. Nous allons tenter de nous placer dans cette configuration et calculer l'indice à l'aide de la formule de Brewster  $\text{tg } i_B = n$ .

### 1) MATERIEL UTILISE.

Le goniomètre utilisé permet la mesure des angles avec une incertitude de 1'. Il est gradué de 0 à 360'0 dans le sens contraire du sens trigonométrique. Pour la validité de notre mesure, il est indispensable de placer le prisme avec l'arête au centre de la platine (fig. 1) ; seule, la moitié du faisceau paral-

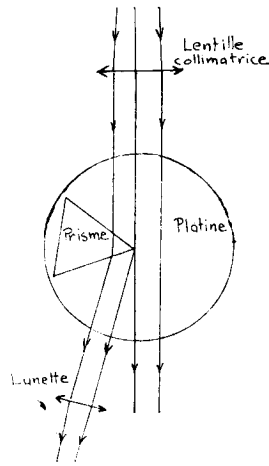


Fig. 1

-lèle incident sortant du collimateur (ou de la lunette pour les autocollimations) tombe alors sur le prisme qui le dévie (ou le réfléchit) dans la lunette. L'image de la fente (ou du réticule) ainsi obtenue reste néanmoins excellente si l'on prend la peine de réduire des trois-quarts la hauteur de la fente du collimateur (10 mm normalement) ; sinon l'imagé présente une légère courbure au lieu d'être droite.

On utilise comme source des lampes spectrales (à vapeurs de mercure, sodium, cadmium ... ).

Le prisme est en crown ; son angle au sommet est de  $59^{\circ}55'$

## II) MANIPULATION.

Elle consiste à tracer la courbe expérimentale donnant la direction d'émergence  $\varepsilon$  du rayon deux fois réfracté en fonction de  $2i$  (double de l'incidence) ; on fait varier  $2$  autour de  $2i_B$  une détermination grossière de  $i_B$  ayant préalablement été faite.

Pour cela, on fixe la lunette sur la valeur choisie pour  $2i$  et on ajuste la platine :de façon à ce que l'image réfléchie de la fente coïncide avec le réticule vertical de la lunette. On a ainsi fixé  $2i$  à 1 minute près. On déplace alors la lunette pour repérer la direction  $\varepsilon$  du rayon émergent correspondant (direction également repérée avec une incertitude de  $1'$ ).

Ainsi, avec une lampe à vapeur de sodium obtient-on

$i$	$56^{\circ}30'$	$56^{\circ}35'$	$56^{\circ}40'$	$56^{\circ}45'$	$56^{\circ}50'$
$2i$	$113^{\circ}00'$	$113^{\circ}10'$	$113^{\circ}20'$	$113^{\circ}30'$	$113^{\circ}40'$
$\varepsilon$	$219^{\circ}21'$	$219^{\circ}22'$	$219^{\circ}23'$	$219^{\circ}24'$	$219^{\circ}25'$

On remarque que  $\varepsilon$  varie assez peu avec l'incidence et que la courbe des variations est pratiquement une droite dans le faible domaine exploré.

On trace la courbe  $\varepsilon = f(2i)$  avec en abscisses  $2'$  par cm (de  $113^{\circ}00'$  à  $113^{\circ}40'$ ) et en ordonnées  $4'$  par cm (de  $218^{\circ}50'$  à  $220^{\circ}30'$ ). Voir figure 2.

## III) EXPLOITATION DES RESULTATS ET CALCUL DE $n$ .

Dans cette courbe  $\varepsilon = f(2i)$  une des incidences est celle de Brewster ; laquelle ? Pour le savoir, il suffit de tracer, sur le même graphe, une courbe théorique  $\varepsilon_B = f(2i_B)$  obtenue en calculant, pour un prisme d'angle au sommet de  $59^{\circ}55'$ , mais

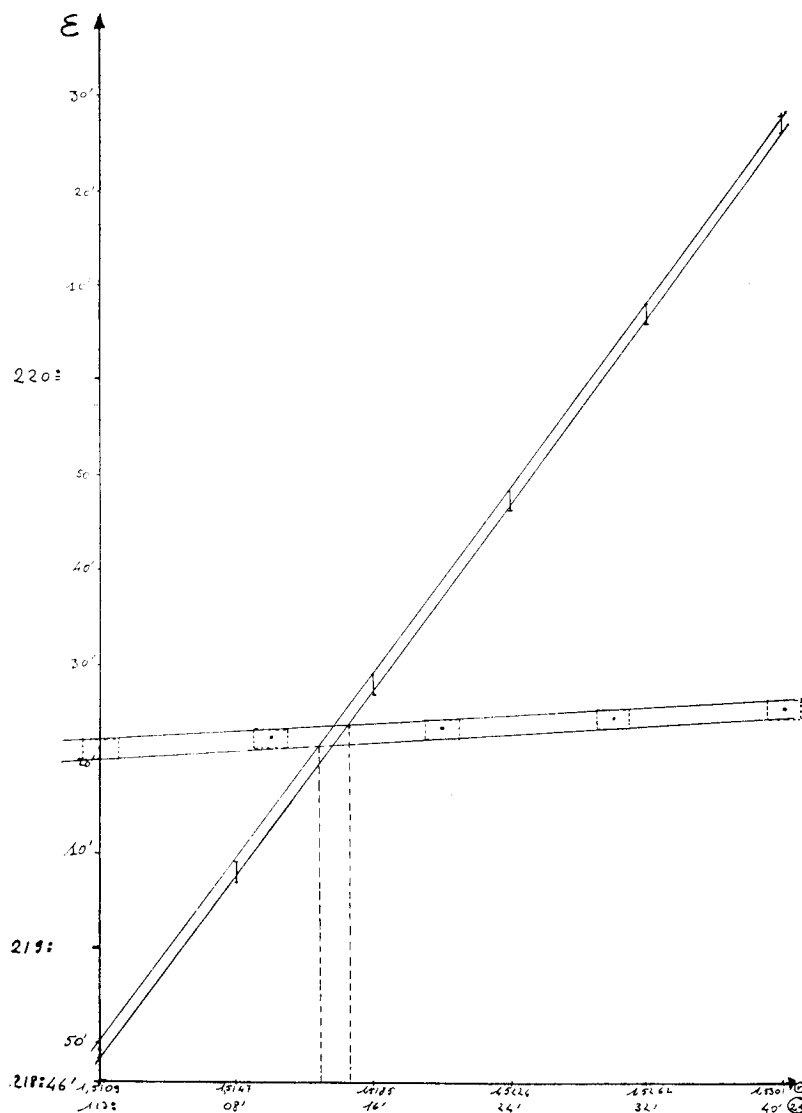


Fig. 2

d'indice supposé variable, attaqué à chaque fois sous l'incidence de Brewster, la direction d'émergence  $\epsilon_B$ . Pour ce calcul., connaissant  $n$ , on en déduit  $i_B = \text{Arc tg } n$ , puis  $r_B$  ( $r_B = \pi/2 - i_B$ ) puis  $r'_B$  ( $r'_B = A - r_B$ ), puis  $i'_B$  ( $\sin i'_B = n \sin r'_B$ ) d'où  $\epsilon_B$  ( $\epsilon_B = \pi + D = \pi + i_B + i'_B - A$ ).

Ainsi, pour le prisme d'angle  $59^{\circ}55'$  obtient-on, avec la radiation jaune du sodium :

$i_B$	$n$	$r_B$	$r'_B$	$i'_B$	$2 i_B$	$\varepsilon_B$
$56^{\circ} 30'$	1,5109	$33^{\circ} 30'$	$26^{\circ} 25'$	$42^{\circ} 14'$	$113^{\circ} 00'$	$218^{\circ} 49'$
$56^{\circ} 34'$	1,5147	$33^{\circ} 26'$	$26^{\circ} 29'$	$42^{\circ} 29'$	$113^{\circ} 08'$	$219^{\circ} 08'$
$56^{\circ} 38'$	1,5185	$33^{\circ} 22'$	$26^{\circ} 33'$	$42^{\circ} 44' 30''$	$113^{\circ} 16'$	$219^{\circ} 27' 30''$
$56^{\circ} 42'$	1,5224	$33^{\circ} 18'$	$26^{\circ} 37'$	$43^{\circ} 00'$	$113^{\circ} 24'$	$219^{\circ} 47'$
$56^{\circ} 46'$	1,5262	$33^{\circ} 14'$	$26^{\circ} 41'$	$43^{\circ} 15' 30''$	$113^{\circ} 32'$	$220^{\circ} 06' 30''$
$56^{\circ} 50'$	1,5301	$33^{\circ} 10'$	$26^{\circ} 45'$	$43^{\circ} 31' 30''$	$113^{\circ} 40'$	$220^{\circ} 26' 30''$

La courbe théorique  $\varepsilon_B = f(2i_B)$  ainsi obtenue a une pente nettement plus forte que la courbe expérimentale. Elle peut être graduée directement en indices ; le point d'intersection donne immédiatement l'indice sans autre calcul : l'abscisse *du point d'intersection donne en effet une incidence qui ne peut être que celle de Brewster*. Voir figure 2. Ainsi pour le jaune du sodium trouve-t-on :  $n = 1,5174$ .

#### IV) INCERTITUDE SUR LA MESURE.

La détermination de l'indice est obtenue en recherchant l'intersection de deux courbes.

*Pour la courbe expérimentale*, l'incertitude sur les abscisses ( $2 i$ ) est de  $1'$  ; une incertitude de  $30''$  sur  $i$  entraîne une incertitude négligeable sur la déviation, car nous ne sommes pas très loin du minimum de déviation (en fait le calcul donne  $06^{\circ}$  d'incertitude sur  $\varepsilon$  pour  $30''$  sur  $i$ ). L'incertitude sur  $\varepsilon$  se résume donc pratiquement à l'incertitude de lecture soit  $1'$ . (Notons que le constructeur garantit pour une telle lecture une incertitude de  $30''$ , mais nous avons préféré voir " plus grand ").

Les points expérimentaux seront donc entourés de rectangles d'incertitudes de  $2 \times 1'$  sur  $2 \times 1'$ . Ces domaines d'incertitudes définissent une première bande.

*La courbe théorique* serait parfaite si l'on connaissait parfaitement  $A$ . Malheureusement, la mesure de  $A$ , nécessitant deux

BULLETIN DE L'UNION DES PHYSICIENS 675

autocollimations, se fait avec une incertitude de 1'. (Nous avons en effet estimé que, pour les autocollimations, l'incertitude de 30" proposée par le constructeur semble raisonnable).

Il en résulte pour  $\epsilon_B$  une incertitude que nous allons calculer.

$$\begin{aligned} \epsilon_B &= \pi + i_B + i'_B - A \\ \sin i'_B &= n \sin r'_B = n \sin (A - r_B) \\ \cos i'_B d i'_B &= n \cos (A - r_B) d A \Rightarrow d i'_B = n \frac{\cos (A - r_B)}{\cos i'_B} d A \\ d \epsilon_B &= d i'_B - d A = \left[ n \frac{\cos (A - r_B)}{\cos i'_B} - 1 \right] d A \\ \Delta \epsilon_B &= \left[ n \frac{\cos (A - r_B)}{\cos i'_B} - 1 \right] \Delta A \end{aligned}$$

Ici :

$$\begin{aligned} A - r_B \approx 27^\circ \quad \text{et} \quad i'_B \approx 43^\circ \Rightarrow \Delta \epsilon_B &\approx \left( 1,5 \cdot \frac{0,891}{0,731} - 1 \right) \cdot 1' \\ \Delta \epsilon_B &= 0,85' \end{aligned}$$

Sur chaque point de la courbe théorique, nous dessinerons donc une barre d'incertitude de  $2 \times 0,85'$ . Ceci nous donne une deuxième bande (fig. 2).

L'intersection des deux bandes définit un "parallélogramme d'incertitude" dont la projection sur l'axe des abscisses donne l'incertitude sur  $n$ .

Ainsi pour la radiation jaune du sodium, trouve-on :

$n = 1,5174 \pm 0,0006$
-------------------------

Pour la méthode de minimum de déviation on aurait trouvé :

$$n = \frac{\sin \frac{A + D_m}{2}}{\sin \frac{A}{2}}$$

$$\Rightarrow \frac{dn}{n} = \left( \frac{1}{\operatorname{tg} \frac{A + D_m}{2}} - \frac{1}{\operatorname{tg} \frac{A}{2}} \right) \frac{dA}{2} - \frac{1}{\operatorname{tg} \frac{A + D_m}{2}} \frac{dD_m}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta n}{n} = \left| \frac{1}{\operatorname{tg} \frac{A + D_m}{2}} - \frac{1}{\operatorname{tg} \frac{A}{2}} \right| \frac{\Delta A}{2} + \frac{1}{2 \operatorname{tg} \frac{A + D_m}{2}} \Delta D_m$$

Avec :  $\Delta A = 1'$  et  $\Delta D_m = 1'$ ,  $A \approx 60^\circ$  et  $D_m \approx 38^\circ$   
il vient :

$$\frac{\Delta n}{n} = \left[ \left| \frac{1}{1,150} - \frac{1}{0,577} \right| + \frac{1}{1,150} \right] \frac{3 \cdot 10^{-4}}{2} = 2,45 \cdot 10^{-4}$$

soit :  $\Delta n \approx 4 \cdot 10^{-4}$ .

L'incertitude est donc du même ordre de grandeur.

## V) COURBE DE DISPERSION DU VERRE DU PRISME.

Une fois que l'on a fait le travail un peu fastidieux qui permet d'avoir la courbe  $\varepsilon_B = f(2i_B)$ , la détermination de l'indice est presque immédiate. On a vu que la courbe expérimentale  $\varepsilon = f(2i)$  est pratiquement une droite. Utilisant plusieurs longueurs d'onde fournies par les lampes au sodium, mercure et cadmium, on se place successivement à  $2i = 113^\circ 00'$  et  $2i = 113^\circ 40'$  ; on obtient ainsi le tableau de mesure suivant

$\varepsilon$ $2i$	$113^\circ 00'$	$113^\circ 40'$	Lampes	$\lambda$ en Å
Rouge	$219^\circ 04'$	$219 10'$	Na	5893
Jaune	$219^\circ 21'$	$219 25'$		
Jaune	$219 24'$	$219 28'$	Hg	5780
Vert	$219 31'$	$219 35'$		5461
Bleu	$219 47'$	$219 51'$		4916
Indigo	$220 10'$	$220 14'$		4358
Violet	$220 27'$	$220 31'$		4047
Rouge	$219 11'$	$219 16'$	Cd	6438
Vert	$219 42'$	$219 46'$		5086
Bleu	$219 51'$	$219 55'$		4800
Indigo	$219 56'$	$220 00'$		4678

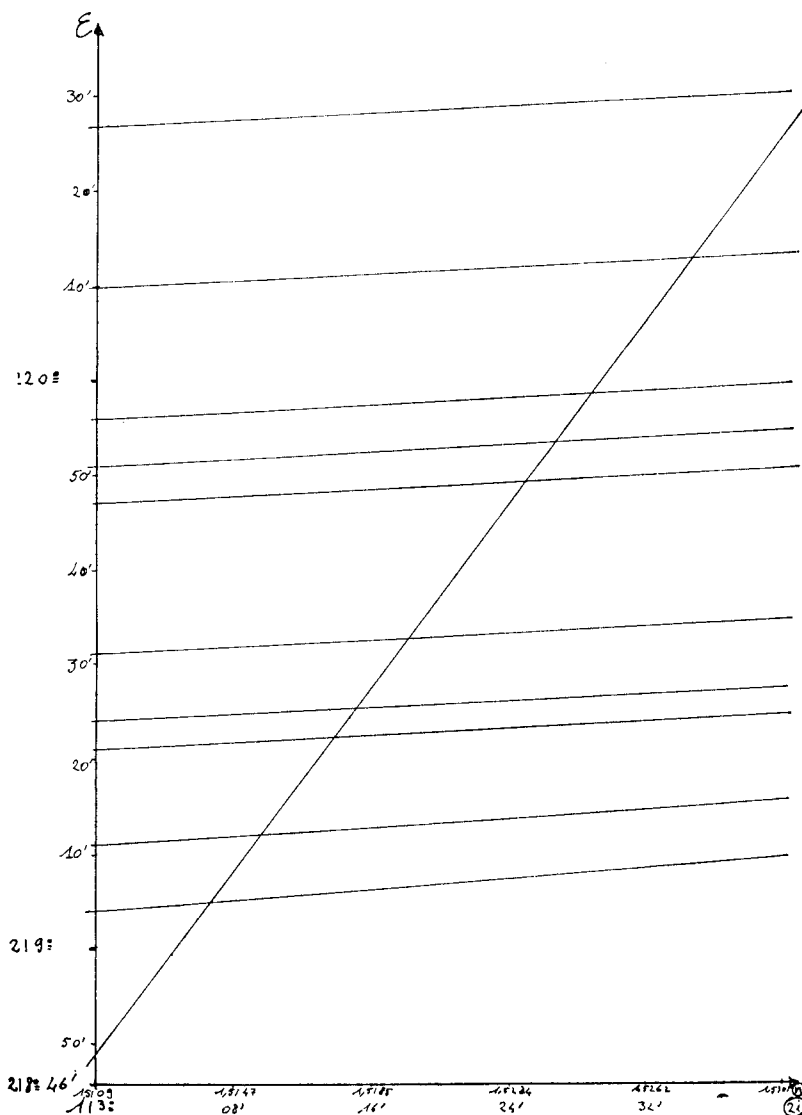


Fig. 3

En assimilant chaque courbe  $\epsilon = f(2i)$  à une droite, on obtient immédiatement les indices pour chaque longueur d'onde, à savoir (cf. fig. 3) :

$\lambda$ en Å	4047	4358	4678	4800	4916	5086	5461	5780	5893	6438
$n$	1,5314	1,5276	1,5248	1,5237	1,5230	1,5218	1,5196	1,5175	1,5181	1,5156

D'où la courbe de dispersion (fig. 4).

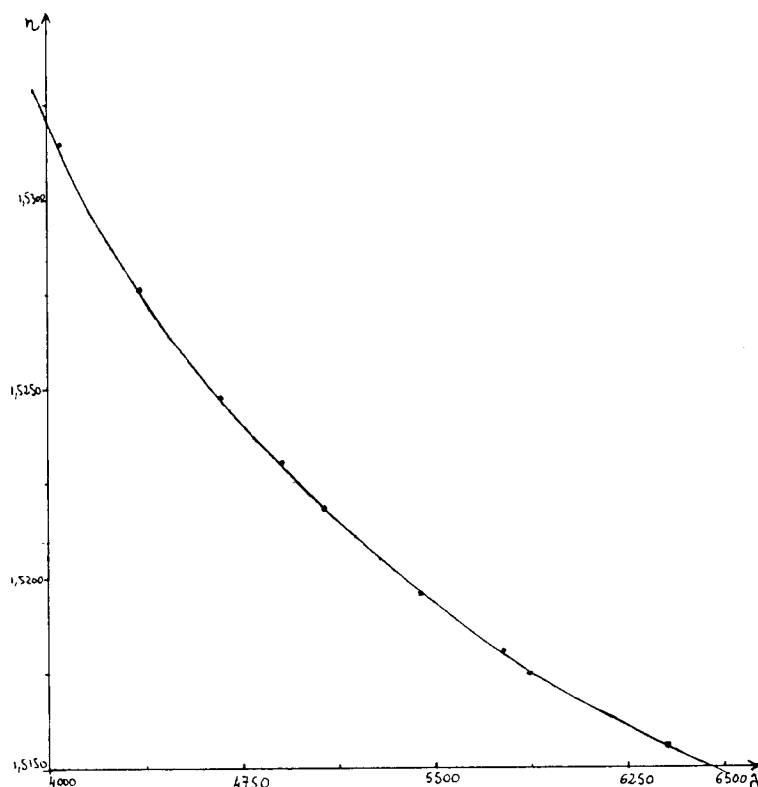


Fig. 4

## VI) CONCLUSION.

La méthode que nous avons utilisée ici permet, dans la mesure où l'on fournit aux étudiants la courbe théorique, une détermination très rapide des indices avec, à matériel égal, une précision égale à celle obtenue par la méthode du minimum de déviation. Elle permet donc d'aller au-delà de la simple détermination des indices, dans le temps limité d'une manipulation de travaux pratiques classique. Par exemple, nous avons choisi ici de tracer une courbe de dispersion obtenue avec un prisme de Crown. On pourrait obtenir également une courbe de dispersion de flint et comparer les pouvoirs dispersifs des deux verres.

A. ARBOUET et M. CRENN,



*Faculté' des Sciences - Alger.*